



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa locală, 11 februarie 2012**  
**Clasa a XII-a**  
**Barem clasa a XII-a**

1.a) Legea de compoziție „\*” este corect definită..... 1p  
verifica axiomele grupului.....3p

b) Găsește un izomorfism (exemplu  $f(X)=X+I_3$ ) și verifică proprietățile izomorfismului.....3p

2. Integrăm prin părți .  $\int_a^b f(x) \cdot \sin nx dx = \frac{1}{n} \left( f(a) \cos na - f(b) \cos nb + \int_a^b f'(x) \cos nx dx \right)$  2 p

Fie  $M = \sup_{x \in [a,b]} |f(x)|$  , iar  $M' = \sup_{x \in [a,b]} |f'(x)|$  .

Atunci  $0 \leq \left| \int_a^b f(x) \sin nx dx \right| \leq \frac{2M + M'(b-a)}{n}$  3 p

Finalizare 2 p

3, Pentru a determina o lege comutativă “\*” pe M este suficient să cunoaștem cele trei valori ale  $a * x$ ,  $x \in M$  , cele două valori ale  $b * x$ ,  $x \in \{b, c\}$  și  $c * c$

Celelalte valori rezultă din comutativitate 3 p

În total sunt  $3^6 = 729$  legi de compoziție comutative 2 p

Finalizare 2 p

4.

$$f = f_1 + f_2 + f_3$$

$$f_1(x) = \begin{cases} (\cos x - 1) \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad f_2(x) = \begin{cases} -\sin x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad f_3(x) = \begin{cases} \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad 3p$$

$f_1, f_2$  functii continue 1p

$f_3$  admite primitive 2p

Finalizare 1p